

Про колебания 1

Оптическое волокно состоит из сердцевины цилиндрической формы радиуса a , изготовленной из прозрачного материала с коэффициентом преломления, непрерывно изменяющимся от значения $n = n_1$ на оси сердцевины до значения $n = n_2$ ($1 < n_2 < n_1$) на расстоянии a от оси волокна в соответствии с формулой

$$n(x) = n_1 \sqrt{1 - \beta^2 x^2},$$

где x – это расстояние от центра волокна, β – постоянная величина. Сердцевина окружена оболочкой с постоянным коэффициентом преломления (рис. 1). Волокно находится в воздухе, коэффициент преломления которого равен $n_0 = 1$.

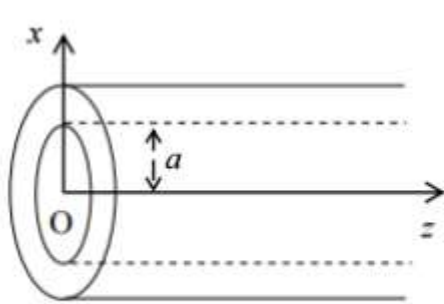


Рис. 1. Оптическое волокно

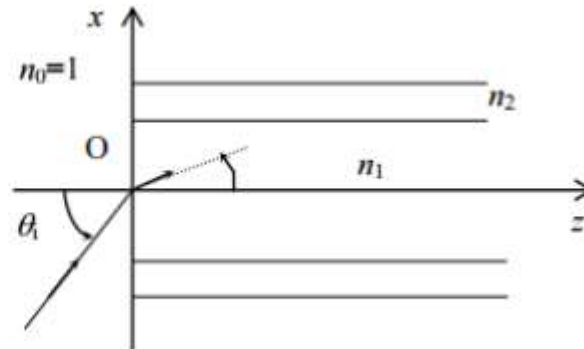


Рис. 2. Система координат

Направим ось Oz вдоль оси волокна (рис. 2). Точка O расположена в центре торца волокна. Заданы значения: $n_0 = 1.000$; $n_1 = 1.500$; $n_2 = 1.460$; $a = 25$ мкм.

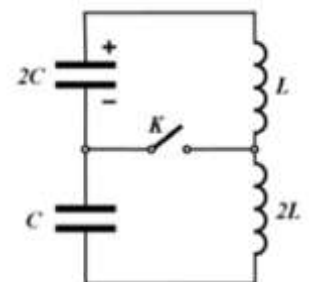
Луч света падает на волокно в точке O . Угол падения равен θ_i , плоскость падения совпадает с плоскостью xOz .

1. Покажите, что в каждой точке траектории луча коэффициент преломления n_1 и угол θ между лучом света и осью Oz связаны соотношением $n \cos \theta = C$, где C – некоторая постоянная. Выразите постоянную C через величины n_1 и θ_i .
2. Выразите коэффициент β через показатели преломления n_1, n_2 и радиус a .
3. Наклон касательной к траектории луча в точке (x, z) равен $x' = \frac{dx}{dz} = \text{tg } \theta$. Используя результат пункта 1, получите уравнение для x' . Ответ выразите через C, n_1, β, x .
4. Получите уравнение для второй производной x'' , ответ запишите через n_1, n_2, a, θ_i, x .
5. Найдите выражение x как функции z , которое удовлетворяет уравнению для x'' , полученному в пункте 4.
6. Схематично нарисуйте траектории лучей света в волокне, имеющих разные углы падения θ_i . Изобразите по одному полному периоду для каждой траектории.

Про колебания 2

В начальный момент в схеме, изображённой на рисунке, ключ K разомкнут, конденсатор ёмкостью $2C$ имеет заряд q_0 , конденсатор ёмкостью C не заряжен, ток в катушках с индуктивностями L и $2L$ отсутствует.

Конденсатор начинает разряжаться, и в момент времени, когда сила тока в катушках достигает максимального значения, ключ K замыкают. Найдите ток I через катушки в этот момент. Найдите максимальную силу тока I_{max} , протекающего в дальнейшем через ключ K .



Про колебания 3

К внутренней поверхности тонкостенного обруча прикреплен небольшой шарик (см. рис.). Масса обруча M , масса шарика m . Массы обруча и шарика сравнимы (одного порядка). Радиус обруча R . Обруч может без проскальзывания кататься по горизонтальной поверхности. Чему равен период малых колебаний обруча около положения равновесия? Ускорение свободного падения g .

