

**ИФШ «Рысь-2» Итоговая олимпиада  
10 класс уровень 2**

**Задача №1**

В фантастическом фильме описали геофизический эксперимент. Вдоль экватора проложили толстый проводник и по нему пропустили такой ток, что магнитное поле вблизи полюсов Земли стало равным нулю. Найдите силу этого тока. Индукция магнитного поля Земли над полюсами равна  $B = 6 \cdot 10^{-5}$  Тл. Радиус Земли  $R = 6370$  км. Магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

**Решение и распределение баллов:**

Найдем магнитную индукцию, создаваемую кольцом с радиусом  $R$  равным радиусу Земли. Нас интересует индукция на оси этого кольца на расстоянии  $R$  от центра кольца.

Индукция, создаваемая малым элементом кольца длины  $dl$ :

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta l}{R^2 + R^2} = \frac{\mu_0 I \Delta l}{8\pi R^2}. \quad (2 \text{ балла})$$

В проекции на ось кольца:

$$\Delta B_y = \Delta B \cdot \cos 45 = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I \Delta l}{16\pi R^2}. \quad (3 \text{ балла})$$

Суммирование по всем элементам кольца дает следующий результат:

$$B_K = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{16\pi R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8R}. \quad (3 \text{ балла})$$

Магнитная индукция, создаваемая кольцом, должна быть равна по модулю магнитной индукции, создаваемой кольцом, но противоположна по направлению.

Окончательно получаем:

$$I = 4\sqrt{2} \frac{BR}{\mu_0} \approx 1,7 \cdot 10^9 \text{ А}. \quad (2 \text{ балла})$$

## Задача №2

Шарик массой  $m$  с зарядом  $q$  брошен с поверхности Земли со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. В области, где движется шарик, наряду с гравитационным полем создано однородное магнитное поле, линии индукции которого вертикальны. Через некоторое время шарик возвращается в точку старта. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

- 1) Найти продолжительность полёта.
- 2) Найти возможные величины индукции магнитного поля.

### Решение:

Продолжительность полета в гравитационном поле определяется вертикальной (параллельной магнитному полю) проекцией начальной скорости шарика:

$$t = \frac{2v_{\text{верт}}}{g} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (2 \text{ балла})$$

Движение в магнитном поле определяется горизонтальной составляющей начальной скорости (проекция ускорения свободного падения на это направление равна нулю):

$$F_L = ma_{\text{ц}}.$$

$$Bqv \cos \alpha = m \frac{(v \cos \alpha)^2}{R}. \quad (2 \text{ балла})$$

Период такого движения:

$$T = \frac{2\pi R}{v \cos \alpha} = \frac{2\pi m}{Bq}. \quad (2 \text{ балла})$$

Для возвращения шарика в исходную точку должно выполняться условие:

$$t = nT, \text{ где } n=1; 2; \dots \quad (2 \text{ балла})$$

Получаем:

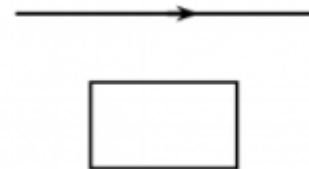
$$\frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = n \frac{2\pi m}{Bq}. \quad (1 \text{ балл})$$

Окончательно:

$$B = \frac{n\pi mg}{qv_0 \sin \alpha}, \text{ где } n=1; 2\dots \quad (1 \text{ балл})$$

### Задача №3

Около очень длинного прямого провода, по которому течет постоянный ток, находится прямоугольная проводящая рамка. Длинная сторона рамки параллельна проводу. Изначально рамка и провод лежат в одной плоскости. Если повернуть рамку на угол 180 градусов вокруг дальней от провода стороны, то по ней протечет заряд  $q_1$ . Если рамку из исходного положения не поворачивая сдвинуть в плоскости рамка-провод так, что ближняя к проводу сторона займет место дальней, то по рамке пройдет заряд  $q_2$ . Какой заряд пройдет по рамке, если ее и начального положения унести на очень большое расстояние?



### Решение.

2. Согласно закону электромагнитной индукции в каждый момент времени в контуре течет ток

$$I = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t} \quad (*)$$

где  $\Delta\Phi$  - изменение магнитного потока через контур за малый интервал времени  $\Delta t$  вблизи рассматриваемого момента,  $R$  - сопротивление контура. Из (\*) получаем, что заряд, протекший через контур за малый интервал времени  $\Delta t$  определяется изменением магнитного потока через контур за этот интервал времени

$$\Delta q = I\Delta t = \frac{\Delta\Phi}{R} \quad (**)$$

Разбивая время вращения контура вокруг своей дальней стороны на бесконечно малые интервалы времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ , находя заряды, протекающие через контур за этот интервал времени и складывая, найдем заряд, протекший через контур

$$q = \Delta q_1 + \Delta q_2 + \Delta q_3 + \dots = I_1\Delta t_1 + I_2\Delta t_2 + I_3\Delta t_3 + \dots = \frac{\Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2 + \Delta\Phi_3 + \dots}{R}$$

Или

$$q = \frac{(\Phi_2 - \Phi_1) + (\Phi_3 - \Phi_2) + (\Phi_4 - \Phi_3) + \dots}{R} = \frac{\Phi_{кон} - \Phi_{нач}}{R}$$

где  $\Phi_{нач}$  и  $\Phi_{кон}$  - начальный и конечный магнитные потоки через контур.

Пусть магнитный поток через контур в начальном положении равен  $\Phi_1$ , а в положении, когда он сдвинут так, что ближняя сторона занимает место дальней, равен  $\Phi_2$ . Тогда первое условие дает

$$q_1 = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R} \quad (*)$$

Когда контур поворачивают относительно дальней стороны, он занимает такое же место, как и при сдвиге, но по-другому ориентирован. Поэтому поток через него будет таким же по величине и противоположен по знаку -  $-\Phi_2$ . И второе условие дает

$$q_2 = \frac{-\Phi_2 - \Phi_1}{R} \quad (**)$$

Когда контур уносят на очень большое расстояние, поток через становится равным нулю, и изменение потока при унесении его из первоначального положения равно  $-\Phi_1$ . Поэтому заряд, протекший через него в этом случае, есть

$$q_3 = \frac{-\Phi_1}{R}$$

И из формул (\*)-(\*\*) заключаем

$$q_3 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

2.  $q_3 = \frac{q_1 + q_2}{2}$

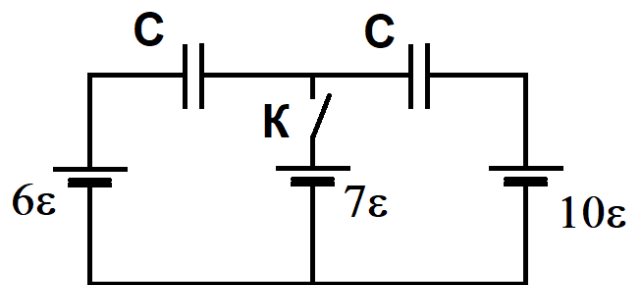
№	Критерий	Балл
1	Закон ЭМИ	1
2	Связь изменения потока с зарядом	3
3	Правильная связь потоков и зарядов в первом случае (с учетом знаков)	2
4	Правильная связь потоков и зарядов во втором случае (с учетом знаков)	2
5	Ответ	2

#### Задача №4

В схеме, показанной на рисунке,  $C = 1 \text{ мкФ}$ ,  $\varepsilon = 1 \text{ В}$ . Определите

1) работу, совершенную источником  $7\varepsilon$ , после замыкания ключа К;

2) количество теплоты, выделившееся в схеме после замыкания ключа К. Без комментариев



#### Решение.

Начальный заряд на конденсаторах  $Q_0 = 2\varepsilon \cdot C$

После перезарядки у левого -  $Q_1 = \varepsilon \cdot C$ , у правого -  $Q_2 = 3\varepsilon \cdot C$ .

Найдем заряды, прошедшие через источники, и их работу.

Источник	Заряд	Работа источника
$6\varepsilon$	$\varepsilon \cdot C$ ,	$6\varepsilon^2 \cdot C$
$10\varepsilon$	$\varepsilon \cdot C$	$10\varepsilon^2 \cdot C$
$7\varepsilon$	$-2 \varepsilon \cdot C$ (противоположно направлению ЭДС)	$-14\varepsilon^2 \cdot C = -14 \text{ мкДж}$ – ответ на первый вопрос

Изменение внутренней энергии конденсаторов

$$\Delta W = (\varepsilon^2 \cdot C / 2 + 9\varepsilon^2 \cdot C / 2) - 2 (4\varepsilon^2 \cdot C / 2) = \varepsilon^2 \cdot C$$

Количество теплоты найдем из ЗСЭ.

$$Q = A_{\text{ист}} - \Delta W = (10\varepsilon^2 \cdot C + 6\varepsilon^2 \cdot C - 14\varepsilon^2 \cdot C) - \varepsilon^2 \cdot C = \varepsilon^2 \cdot C = 1 \text{ мкДж} \text{ – ответ на второй вопрос.}$$

#### Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
	Найдены начальные заряды конденсаторов $2 \cdot 0,5$	1
	Найдены конечные заряды конденсаторов $2 \cdot 0,5$	1
	Найден заряд, протекший через источники $3 \cdot 0,5$	1,5
	Найдена работа источников $3 \cdot 0,5$	1,5
	Ответ на первый вопрос - $14 \text{ мкДж}$ (если знак «+», то балл не ставится)	2
	Найдена начальная и конечная энергия конденсаторов $2 \cdot 0,5$	1
	Найдено количество теплоты $Q = 1 \text{ мкДж}$	2
	Итого	10

**Желаем успехов!!!  
И да придет Рысь с Вами!**