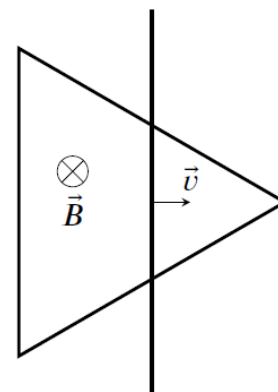


**ИФШ «Рысь-2» Итоговая олимпиада  
10 класс уровень 3**

**Задача №1**

Неподвижная рамка в форме равностороннего треугольника расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости рамки. По рамке со скоростью  $v$  скользит проволочная перемычка, оставаясь всё время движения параллельной основанию треугольника (см. рис.). Определите силу тока, текущего по перемычке в тот момент, когда она находится на средней линии треугольника. Индукция магнитного поля равна  $B$ , сопротивление единицы длины материала рамки и материала перемычки равно  $\rho$ . Во время движения контакт между перемычкой и рамкой не нарушается.



**Решение:**

$AB = \frac{L}{2}$   
 $\mathcal{E} = v \cdot B \cdot AB = vB \frac{L}{2}$   
 Пусть ток через  $AB \rightarrow I$ , а ток через  $BCA \rightarrow I_1$   
 Тогда ток через  $BDEA$  равен  $I - I_1$   
 Закон Кирхгофа для правого и левого контуров:  

$$\begin{cases} \mathcal{E} = vB \frac{L}{2} = I \rho \frac{L}{2} + I_1 \rho L \\ \mathcal{E} = vB \frac{L}{2} = I \rho \frac{L}{2} + (I - I_1) \rho \cdot 2L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} vB \frac{L}{2} = \rho L \left( \frac{I}{2} + I_1 \right) \\ vB \frac{L}{2} = \rho L \left( \frac{5I}{2} - 2I_1 \right) \end{cases}$$
  

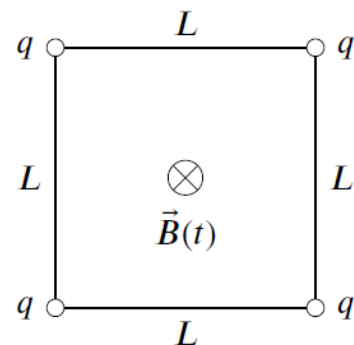
$$\Rightarrow \begin{cases} vB = \rho (I + 2I_1) \\ \frac{vB}{2} = \rho \left( \frac{5I}{2} - 2I_1 \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{3vB}{2} = \frac{7}{2} \rho I \Rightarrow I = \frac{3vB}{7\rho}$$

**Критерии:**

- 1) Получено выражение для ЭДС индукции для заданного случая.....2 балла
- 2) Расставлены токи.....2 балла
- 3) Записано правило Кирхгофа для двух контуров.....2 балла (за каждое)
- 4) Получен верный ответ.....2 балла

## Задача №2

На гладкой горизонтальной поверхности находятся четыре одинаковых заряда  $q$  массой  $m$  каждый. Соседние заряды связаны друг с другом лёгкими нерастяжимыми нитями одинаковой длины  $L$  (см. рис.). Система находится в вертикальном магнитном поле, линейно растущем со временем  $B = at$ . В момент времени  $t=0$  все заряды покоились.



- 1) Определите зависимость угловой скорости вращения системы от времени.
- 2) Определите зависимость ускорения заряда от времени.

Область, в которой присутствует магнитное поле, симметрична относительно вертикальной оси, проходящей через центр системы.

## Решение:

Переменное магн. поле порождает вихревое электрическое поле, силовые линии которого — концентрические окружности с центром в середине квадрата.

Найдем напряженность этого электрического поля в точке на расстоянии  $r$  от центра квадрата.

$$E \cdot 2\pi r = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \pi r^2 \Rightarrow E = \frac{a \cdot r}{2}$$

В месте нахождения заряда  $r = \frac{L}{\sqrt{2}}$ , соответственно,  $E = \frac{aL}{2\sqrt{2}}$ .

Изобразим силу, действующую на заряд со стороны электр. поля:

Заметим, что остальные силы действуют симметрично и не раскручивают систему.

Отсюда:  $m a_{кас} = qE \Rightarrow a_{кас} = \frac{q \cdot aL}{2\sqrt{2} \cdot m} \Rightarrow \omega = a_{кас} t = \frac{q a L \cdot t}{2\sqrt{2} m}$

Центростремительное ускорение равно

$$a_{ц.с.} = \omega^2 \cdot r = \omega^2 \frac{L}{\sqrt{2}} = \frac{q^2 a^2 L^3}{8\sqrt{2} m^2} t^2$$

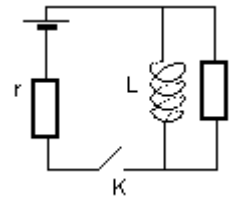
Следовательно,  $a_{полн} = \sqrt{a_{ц.с.}^2 + a_{кас}^2} = \sqrt{\frac{q^2 a^2 L^2}{8 m^2} + \frac{q^4 a^4 L^6 t^4}{128 m^4}} = \frac{q a L}{2\sqrt{2} m} \cdot \sqrt{1 + \frac{q^2 a^2 L^4 t^4}{46 m^2}}$

Критерии:

- 1) Найдено выражение для напряженности эл. поля.....2 балла
- 2) Правильно нарисовано направление вектора  $E$  или электрической силы, действующей на заряд.....1 балл
- 3) Найдено касательное ускорение заряда.....2 балла
- 4) Найдено выражение для  $\omega$ .....1 балл
- 5) Найдено ЦС ускорение заряда.....2 балла
- 6) Записано выражение для полного ускорения.....2 балла

### Задача №3

Электрическая схема состоит из источника постоянного тока с ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $r$ , индуктивности  $L$  и сопротивлением неизвестной величины. Ключ  $K$  в схеме сначала замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасенной индуктивностью, достигает максимума. Какое количество теплоты выделится в схеме после размыкания ключа?



### Решение и распределение баллов

10 баллов  
соответственно  
энергии

$W_L = \frac{L I_L^2}{2}$	$\dot{W} = L I_L \cdot \dot{I}_L$	—	1
		—	2
$E = (I_L + I_R)r + L \dot{I}_L$		—	1
$I_R r = L \dot{I}_L$		—	1
$\dot{I}_L = \frac{E - I_L r}{L}$		—	1
	$I_L^* = \frac{E}{2r}$	—	3
		—	1
$Q = \frac{L I_L^{*2}}{2}$		—	1
$Q = \frac{L E^2}{8r^2}$		—	1

Graph showing the rate of change of energy  $\dot{W}$  versus current  $I_L$ . The curve is a downward-opening parabola starting at the origin (0,0) and ending at  $I_L = \frac{E}{r}$ . The maximum value of  $\dot{W}$  occurs at  $I_L^* = \frac{E}{2r}$ .

### Задача №4

Частица с положительным зарядом  $q$  движется в однородном магнитном поле в вязкой среде. Индукция магнитного поля –  $B$ . Сила сопротивления среды, действующая на частичку, прямо пропорциональна ее скорости. В начальный момент времени импульс частицы равнялся  $p_0$  и был направлен перпендикулярно линиям индукции. Вектор перемещения частицы к моменту, когда скорость частицы впервые оказалась направлена против начальной скорости, составляет острый угол  $\varphi$  с вектором  $\vec{p}_0$ .

- Какой путь прошла частица до остановки?
- Чему равен модуль перемещения частицы до остановки?

### Решение и распределение баллов

$\frac{dp}{dt} = -bV$  — 1  
 $dp = -bV dt = -b dl$  — 1  
 $0 - p_0 = -b l$  — 1  
 $l = \frac{p_0}{b}$

$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} - b\vec{v}$  — 1  
 $m d\vec{v} = q d\vec{s} \times \vec{B} - b d\vec{s}$   
 $\vec{p} - \vec{p}_0 = q \vec{S}_1 \times \vec{B} - b \vec{S}_1$

$\frac{p}{p_0} = \frac{qB}{b}$  — 1  
 $\frac{p}{p_0} = \frac{qB}{b}$  — 1

$q_0$  — 1

$0 - \vec{p}_0 = q \vec{S}_2 \times \vec{B} - b \vec{S}_2$  — 1  
 $p_0^2 = (b \vec{S}_2)^2 + (q \vec{S}_2 \times \vec{B})^2$  — 1  
 $S_2 = \frac{p_0}{qB} \sin \beta$  — 1

Желаем успехов!!!  
И да прибудет Рысь с Вами!