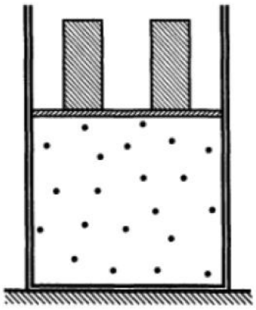
Заключительная олимпиада. Весна 2021.

Группа 10_2

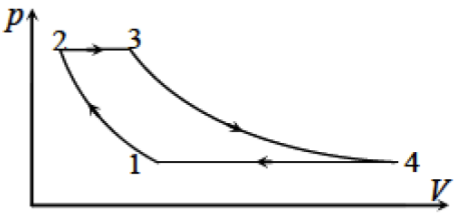
Задача №1

В теплоизолированном цилиндре, поршень которого удерживается в неподвижном состоянии двумя одинаковыми гирями, находится 1 моль одноатомного идеального газа. Начальная температура газа равна T_0=250 К. Давление воздуха вне цилиндра равно нулю. Какой станет температура газа, если одну из гирь снять, а затем через некоторое время поставить обратно? Поршень может скользить в цилиндре без трения.



Задача №2

С идеальным газом проводят циклический процесс 1-2-3-4-1, состоящий из двух изотерм (1-2 и 3-4) и двух изобар (2-3 и 4-1). Известно, что максимальная температура и минимальная температуры в цикле отличаются в два раза, а на участке изотермического расширения газ получил в три раза больше тепла, чем на участке изобарического нагревания. Найти КПД цикла.



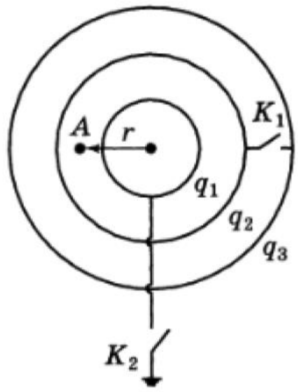
Задача №3

Три концентрические металлические сферы 1, 2, 3, радиусы которых связаны соотношением $r_1 < r_2 < r_3$, имеют соответственно заряды q_1, q_2, q_3. Найдите потенциал поля в некоторой точке A, расположенной между сферами 1 и 2 на расстоянии r от центра сфер в следующих случаях:

а) ключи K_1 и K_2 разомкнуты;

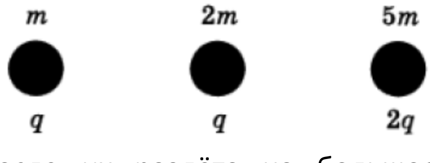
б) после замыкания ключа K_1;

в) после замыкания ключа K_2 при замкнутом ключе K_1.



Задача №4

Три маленьких шарика, массы которых равны *m*, *2m* и *5m*, имеют электрические заряды *q*, *q* и *2q* соответственно и расположены вдоль одной прямой. Вначале расстояние между соседними шариками равно *l*, а сами шарики закреплены неподвижно. Затем шарики отпускают. Найдите суммарную кинетическую энергию шариков после их разлёта на большое расстояние. Найдите скорости шариков, когда они находятся на большом удалении друг от друга. Считайте, что при разлете шарики все время остаются на одной прямой.



Задача №1

$p_1 = \frac{2mg}{S}$ – начальное давление газа.

$p_2 = p_1$ – окончательное давление газа.

$p_3 = \frac{mg}{S}$ – давление газа после того, как сняли одну гирю.

Получаем: $\frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = -p_3(V_3 - V_1)$

$$\frac{3}{2}\nu R T_3 + \nu R T_3 = \frac{3}{2}\nu R T_1 + p_3 V_1$$

$$\frac{5}{2}\nu R T_3 = \frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{1}{2} p_1 V_1$$

$$5T_3 = 4T_1$$

Аналогично, для ситуации, когда гирю поставили обратно:

$$\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_3) = -p_2(V_2 - V_3)$$

$$\frac{3}{2}\nu R T_2 + \nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T_3 + p_2 V_3$$

$$\frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T_3 + 2p_3 V_3$$

$$\frac{5}{2} T_2 = \frac{7}{2} T_3 = \frac{7}{2}\cdot\frac{4}{5} T_1$$

Получаем:

$$T_2 = \frac{28}{25} T_1 = \underline{\underline{280\ K}}$$

Задача №2

Пусть $Q_{23} = Q$ $\Rightarrow$ $Q_{34} = 3Q$ $\Rightarrow$

теплота нагревателя $Q_н = Q_{23} + Q_{34} = 4Q$

В изобарном процессе $A = \nu R \Delta T$ $\Rightarrow$

$A_{23} = |A_{41}|$, т.е. работа за цикл:

$A = A_{34} + A_{12}$

Из ур-я Менделеева-Клапейрона следует, что $V_3 = 2V_2$ и $V_4 = 2V_1$. Получаем, что изменение объема в процессе 3-4 в два раза больше изменения объема в процессе 1-2. Если эти изменения разбить на малые изменения и находить элементарные работы, то получаем, что они также отличаются в два раза. В результате, делаем вывод, что: $A_{34} = -2A_{12}$

Для изотермы: $A_{34} = Q_{34} = 3Q$ $\Rightarrow$ $A_{12} = -1{,}5Q$

Работа за цикл: $A = 3Q - 1{,}5Q = 1{,}5Q$

КПД: $\eta = \dfrac{A}{Q_н} = \dfrac{1{,}5Q}{4Q} = \underline{\underline{0{,}375}}$

Задача № 3

а) $$\varphi_{A1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3}\right)$$

б) Поле между сферами 2 и 3 отсутствует. На сфере 2 будет индуцирован заряд, равный $-q_1$. Из закона сохранения заряда следует, что на сфере 3 будет равен $q_1+q_2+q_3$. Получаем:

$$\varphi_{A2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{r_2} + \frac{q_1+q_2+q_3}{r_3}\right)$$

в) После заземления сферы 1 её потенциал станет равным нулю:

$$\varphi_1 = 0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^*+q_2+q_3}{r_3} + \frac{q_1^*}{r_1} - \frac{q_1^*}{r_2}\right),$$

где q_1^* − заряд на сфере 1 после замыкания ключа K_2. Получаем, что:

$$q_1^* = \frac{q_2+q_3}{r_3}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3}\right)^{-1},$$ тогда:

$$\varphi_{A3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^*}{r} - \frac{q_1^*}{r_2} + \frac{q_1^*+q_2+q_3}{r_3}\right) \Rightarrow$$

$$\varphi_{A3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2+q_3}{r_3}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3}\right)^{-1}$$

Задача №4

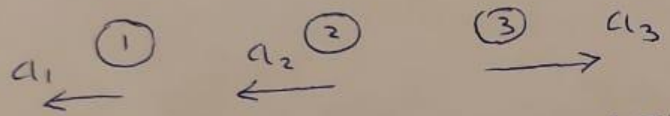
После разлета суммарная кинетическая энергия будет равна начальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{l} + \frac{2q^2}{l} + \frac{2q^2}{2l}\right) = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l}$$

Найдем ускорения шариков сразу после того как их отпустили:

$$ma_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{l^2} + \frac{2q^2}{4l^2}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3q^2}{2l^2m},$$

аналогично: $a_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2l^2m}$ $\quad a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2l^2m}$



Видно, что крайние шарики относительно среднего движутся с одинаковыми ускорениями, т.е. расстояния от них до среднего все время будут одинаковыми. Скорости будут соотноситься также как ускорения $v_1 : v_2 : v_3 = 3 : 1 : 1$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m(3v)^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} + \frac{5mv^2}{2} = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l}$$

Получаем: $$v_2 = v_3 = v = \sqrt{\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 m l}}$$

$$v_1 = 3\sqrt{\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 m l}}$$