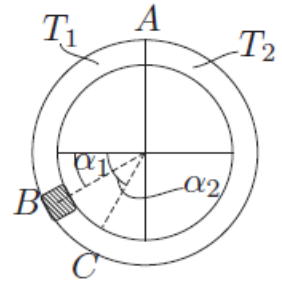


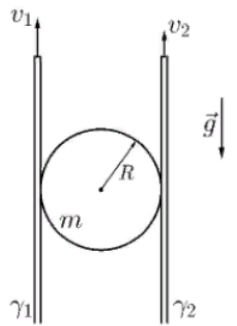
Задача №1

Изогнутая в форме кольца трубка постоянного внутреннего сечения расположена в вертикальной плоскости (рис.). Неподвижная заглушка А и свободно перемещающийся столбик ртути В делят трубку на две части. В большей по объему части находится вдвое большее число молей идеального газа, чем в меньшей. Вначале температура газа в меньшей части трубки была $T_1 = 260$ К, в большей - $T_2 = 410$ К, ртуть находилась в положении, при котором радиус, проведенный к ней из центра трубки, составлял с горизонтом угол $\alpha_1 = 30^\circ$. До какой одинаковой температуры нужно довести газы в трубке, чтобы ртуть переместилась в положение С, которому соответствует угол $\alpha_2 = 60^\circ$? Масса газа во много раз меньше массы ртути. Длина столбика ртути и диаметр внутреннего сечения трубки значительно меньше радиуса кольца из трубки. Давление паров ртути не учитывать.



Задача №2.

Однородный цилиндр массы m и радиуса R касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями v_1 и v_2 вверх (см.рис). Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей $\vec{F}_{\text{тр}} = -k\vec{v}_{\text{отн}}$. Коэффициенты вязкого трения указаны возле соответствующих пластин на рисунке внизу.



- 1) Найдите установившуюся скорость центра и угловую скорость цилиндра.
- 2) При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

Задача №3

Сферическую поверхность плоско-выпуклой линзы с фокусным расстоянием F_1 посеребрили. Если на выпуклую сторону такой системы направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то отраженные лучи будут распространяться так, как будто они были испущены из точки F'' , находящейся на расстоянии F_2 от линзы (рис.). Найдите построением точку F (фокус системы), в которой сойдется пучок лучей, параллельных главной оптической оси и падающих на плоскую поверхность линзы. Выразите фокусное расстояние F_0 системы через F_1 и F_2 . Фокусное расстояние линзы много больше ее диаметра, а посеребренная поверхность полностью отражает свет.

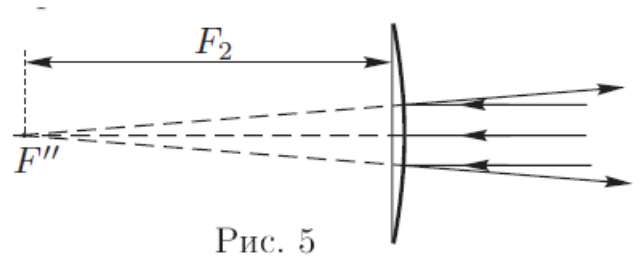


Рис. 5

Задача №4

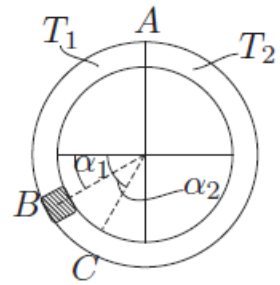
На лабораторном столе имеется подвес, к которому прикреплены последовательно две пружины. Жесткость первой пружины известна и равна 100 Н/м. К установке прилагается линейка с делениями 1 мм, чтобы измерять растяжение, а также набор грузиков и весы с делениями 1 г. Девочка, последовательно увеличивая массу грузиков, получала общее растяжение пружин. Все результаты можно видеть в таблице ниже.

Масса грузов, г	10	18	31	36	52	65
Отн. удлинение, мм	5	10	14	19	24	33

- 1) Построить график
- 2) Определить жёсткость второй пружины, считая $g=9.8 \text{ м/с}^2$
- 3) Оценить погрешность измерения жёсткости.

Задача №1

Изогнутая в форме кольца трубка постоянного внутреннего сечения расположена в вертикальной плоскости (рис.). Неподвижная заглушка А и свободно перемещающийся столбик ртути В делят трубку на две части. В большей по объему части находится вдвое большее число молей идеального газа, чем в меньшей. Вначале температура газа в меньшей части трубки была $T_1 = 260$ К, в большей - $T_2 = 410$ К, ртуть находилась в положении, при котором радиус, проведенный к ней из центра трубки, составлял с горизонтом угол $\alpha_1 = 30^\circ$. До какой одинаковой температуры нужно довести газы в трубке, чтобы ртуть переместилась в положение С, которому соответствует угол $\alpha_2 = 60^\circ$? Масса газа во много раз меньше массы ртути. Длина столбика ртути и диаметр внутреннего сечения трубки значительно меньше радиуса кольца из трубки. Давление паров ртути не учитывать.



Возможное решение

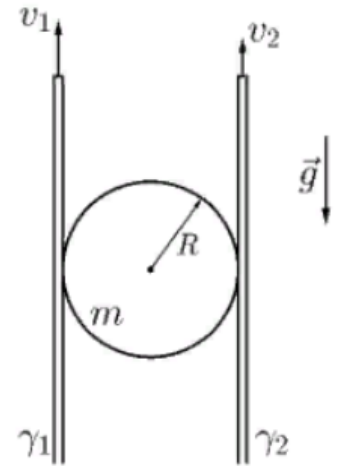
Пусть параметры газа для начального состояния равны P_1, V_1, T_1, ν – для левой части трубки, $P_2, V_2, T_2, 2\nu$ – для правой части. В конце опыта параметры равны P^*_1, V^*_1, T, ν – для левой части трубки, $P^*_2, V^*_2, T, 2\nu$ – для правой части. m - масса ртути, S - площадь внутреннего сечения трубки, V – полный объем трубки.

N	Пункт решения	Баллы
1	$V_1 = 1/3 V$ $V_2 = 2/3 V$	1
2	$P_1 S + mg \cos(\alpha_1) - P_2 S = 0$	2
3	$P_1 V_1 = \nu R T_1$ $P_2 V_2 = 2\nu R T_2$	1
4	$V^*_1 = 5/12 V$ $V^*_2 = 7/12 V$	1
5	$P^*_1 S + mg \cos(\alpha_2) - P^*_2 S = 0$	2
6	$P^*_1 V^*_1 = \nu R T$ $P^*_2 V^*_2 = 2\nu R T$	1
7	Решаем систему Ответ $T = 250$ К	2

Задача №2.

Однородный цилиндр массы m и радиуса R касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями v_1 и v_2 вверх (см.рис).

Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей $\vec{F}_{\text{тр}} = -k\vec{V}_{\text{отн}}$. Коэффициенты вязкого трения указаны возле соответствующих пластин на рисунке внизу.



- 3) Найдите установившуюся скорость центра и угловую скорость цилиндра.
- 4) При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

Возможное решение (Семенов Н.).

Примем за положительное направление движения цилиндра – вниз, а за положительное направление вращения – по часовой стрелке. Тогда скорость точки A цилиндра, соприкасающейся с левой доской

$$v_A = v - \omega R.$$

Аналогично для точки B цилиндра, соприкасающейся с правой доской (рис. 2):

$$v_B = v + \omega R$$

При установившемся движении сумма сил, приложенных к цилиндру, равна нулю, а также равен нулю суммарный момент сил трения относительно оси O цилиндра(рис. 3):

$$\begin{aligned} mg &= F_1 + F_2 \\ F_1 R &= F_2 R \end{aligned}$$

Подставив

$F_1 = \gamma_1(v_1 + v_A) = \gamma_1(v_1 + v - \omega R)$, $F_2 = \gamma_2(v_2 + v_B) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R)$, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} mg = \gamma_1(v_1 + v - \omega R) + \gamma_2(v_2 + v + \omega R) \\ \gamma_1(v_1 + v - \omega R) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R), \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{mg}{4R} \left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) + \frac{v_1 - v_2}{2R}, \\ v &= \frac{mg}{4} \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) - \frac{v_1 + v_2}{2}. \end{aligned}$$

Как видно из выражения для скорости, цилиндр движется вверх, если

$$v_1 + v_2 > \frac{mg}{2} \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right).$$

Критерии:

- 1) Найдены скорости точек A и B цилиндра, по 1 баллу за каждую скорость

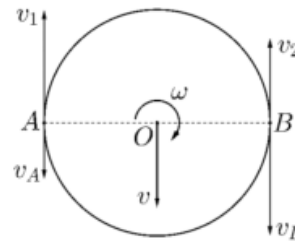


Рис. 2

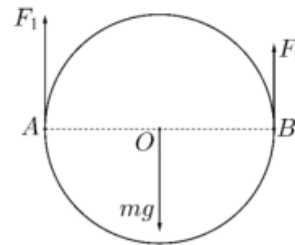


Рис. 3

- 2) Найдены выражения для сил вязкого трения, 1 балл за каждую силу
- 3) Условия равенства сил и моментов, по 1 баллу за каждое
- 4) Выражения для линейной и угловой скоростей, по 1.5 балла каждое
- 5) Условие для скорости, направленной вверх, 1 балл.

Задача №3

Сферическую поверхность плоско-выпуклой линзы с фокусным расстоянием F_1 посеребрили. Если на выпуклую сторону такой системы направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то отраженные лучи будут распространяться так, как будто они были испущены из точки F'' , находящейся на расстоянии F_2 от линзы (рис.). Найдите построением точку F (фокус системы), в которой сойдется пучок лучей, параллельных главной оптической оси и падающих на плоскую поверхность линзы. Выразите фокусное расстояние F_0 системы через F_1 и F_2 . Фокусное расстояние линзы много больше ее диаметра, а посеребренная поверхность полностью отражает свет.

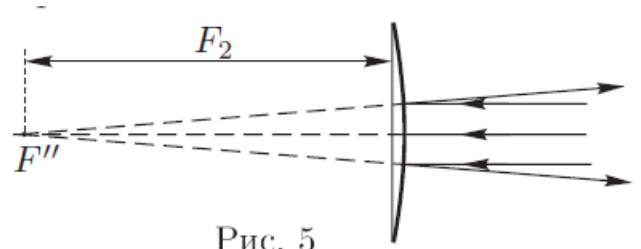


Рис. 5

Возможное решение

N	Пункт решения	Баллы
1	<p>Для малых углов $\text{tg}(\alpha) \sim \alpha$, поэтому радиус сферического зеркала $R = 2F_2$</p>	2
2	<p>При прохождении через плоскую границу первый раз луч параллельный оптической оси не преломляется. При отражении от зеркала он поворачивается на угол 2α. При прохождении через плоскую поверхность в обратную сторону его угол падения 2α, т.е. в воздух он выходит под углом $n \cdot 2\alpha$. Т.е. в случае малых углов фокусное расстояние равно $F_0 = R/2n = F_2/n$.</p>	3
3	<p>Рассмотрим ход луча через плоско-выпуклую линзу с радиусом поверхности R:</p>	3

	<p>При прохождении через плоскую границу луч параллельный оптической оси не преломляется. При прохождении через сферическую поверхность его угол падения α, т.е. в воздух он выходит под углом $n\alpha$, а угол его поворота – $(n-1)\alpha$. Т.е. в случае малых углов фокусное расстояние линзы равно $F_1 = R/(n-1)$</p>	
4	<p>Выражаем фокусное расстояние из системы: $R = 2F_2$ $F_0 = F_2/n$ $F_1 = R/(n-1)$ Получаем: $F_0 = F_2F_1/(2F_2 + F_1)$</p>	2

Задача №4.

На лабораторном столе имеется подвес, к которому прикреплены последовательно две пружины. Жесткость первой пружины известна и равна 100 Н/м. К установке прилагается линейка с делениями 1 мм, чтобы измерять растяжение, а также набор грузиков и весы с делениями 1 г. Девочка, последовательно увеличивая массу грузиков, получала общее растяжение пружин. Все результаты можно видеть в таблице ниже.

Масса грузов, г	10	18	31	36	52	65
Отн. удлинение, мм	5	10	14	19	24	33

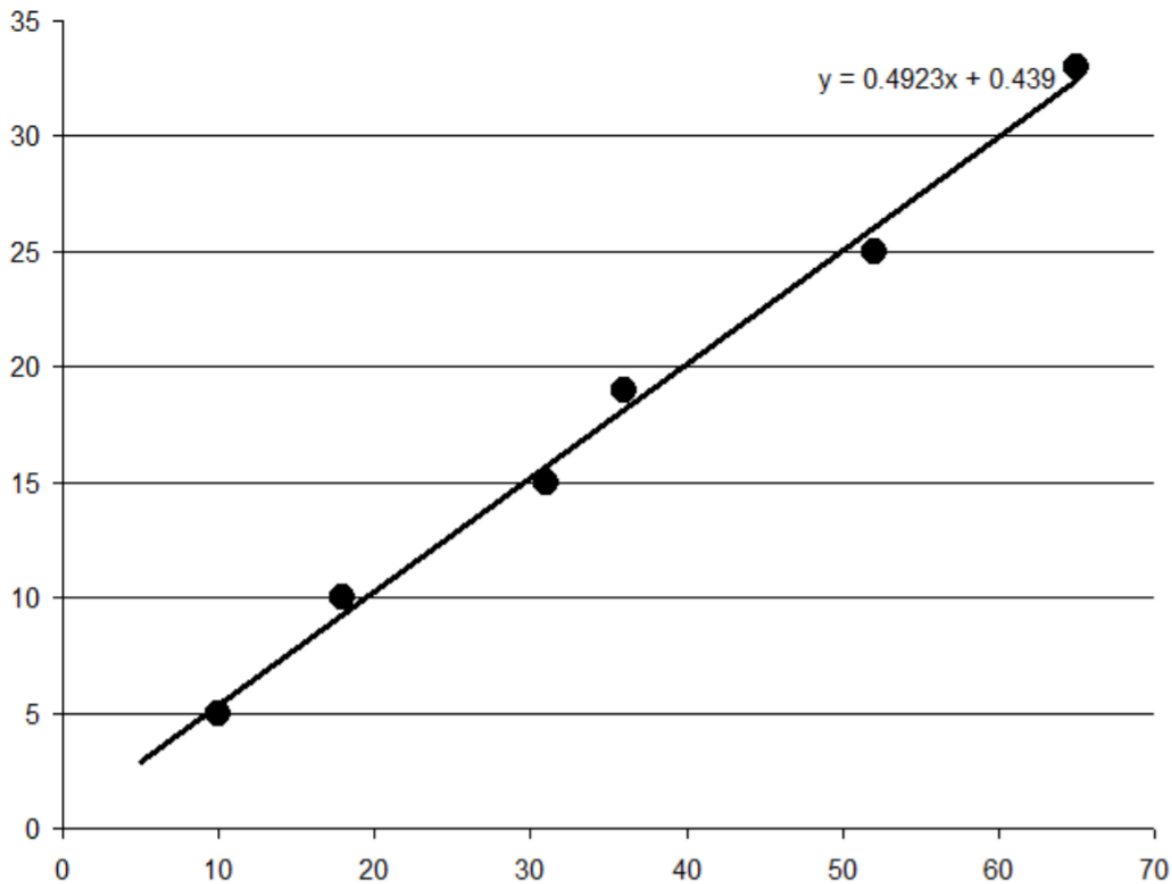
- 4) Построить график
- 5) Определить жёсткость второй пружины, считая $g=9.8 \text{ м}\backslash\text{с}^2$
- 6) Оценить погрешность измерения жёсткости.

Решение

Последовательно соединённые пружины растягивает одна и та же сила, а полное удлинение -- сумма отдельных.

$$mg = k_1x_1 = k_2x_2, \quad x = x_1 + x_2 \quad \Rightarrow \quad x(m) = g \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) m \quad \text{-- уравнение прямой.}$$

Строим график зависимости $x(m)$:



Получаем: $k = g \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = 0.4923 \Rightarrow k_2 = 24.9 \text{ Н}\backslash\text{м}.$

Грубая оценка погрешности k : $k = \frac{m}{x} \Rightarrow \frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta x}{x} = \frac{0.5}{10} + \frac{0.5}{5} = 0.15$

Погрешность измерения k_2 : $\frac{1}{k_2} = \frac{k}{g} - \frac{1}{k_1} \Rightarrow \frac{\Delta k_2}{k_2 * k_2} = \frac{\Delta k}{g} \Rightarrow \Delta k_2 = k_2 * k_2 * \Delta k / g = 4.65$

Ответ: $k_2 = (24.9 \pm 4.7) \text{ Н\м}$.

Критерии:

Условия на соединения пружин -- 1 балл

Связь x, m, k_1, k_2 -- 1 балл

Указание на линейность зависимости $x(m)$ или $m(x)$ -- 1 балл

Построение качественного графика -- 1 балл

Построение средней прямой, вычисление k -- 1 балл

Погрешность k -- 2 балла

Погрешность k_2 -- 2 балла

Ответ -- 1 балл.